

GEOMETRÍA EUCLIDIANA

CONCEPTOS BÁSICOS

EL MÉTODO DEDUCTIVO:

El método deductivo es el utilizado en la ciencia y principalmente en la geometría. Este método consiste en conectar un conjunto de conocimientos que se aceptan como verdaderos, para obtener nuevas proposiciones que son consecuencia lógica de las anteriores.

El método deductivo también es llamado método axiomático.

El método deductivo se basa en:

□ Conceptos no definidos:

La geometría necesita desarrollar su propio vocabulario y para desarrollarlo comenzamos con unas palabras que se obtienen de la vida cotidiana.

Términos no definidos: Punto, Recta, Plano.

□ Las definiciones:

Necesitamos conocer el significado exacto de los términos que utilizamos en geometría y para ello utilizamos las definiciones.

Ejemplo:

La bisectriz de un ángulo es la semirrecta que tiene su origen en el vértice del ángulo y lo divide en dos ángulos congruentes.

□ Los Postulados. (Axiomas)

Son proposiciones que se aceptan como verdaderas sin demostrarlas.

□ Teoremas:

Son proposiciones que para aceptarlas como verdaderas deben ser demostradas a partir de postulados, definiciones o teoremas ya demostrados, siguiendo una deducción lógica.

En un teorema se deben distinguir dos elementos fundamentales: LA HIPOTESIS Y LA TESIS.

La hipótesis son los datos que se dan en el enunciado del teorema.

La tesis es la conclusión a la que debemos llegar.

PUNTO:

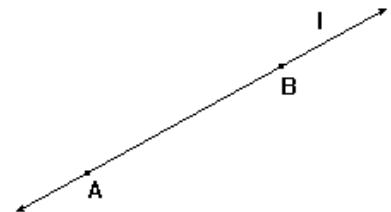
Es un término no definido en geometría. La huella que deja un alfiler en una hoja nos da la idea de punto. Los puntos los denominaremos por letras mayúsculas.

RECTA:

Es otro término no definido en geometría.

NOTACIÓN DE RECTA:

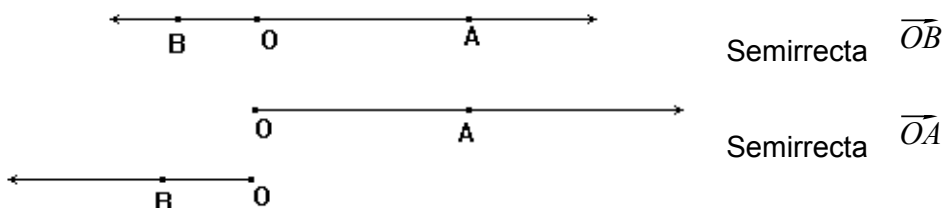
\overleftrightarrow{AB} recta AB o bien \overleftrightarrow{l} recta l



SEMIRRECTA:

Si en una recta, se da un punto O, este parte la recta en dos semirrectas de origen O.

Una semirrecta es el conjunto formado por O y todos los puntos que le siguen, o el conjunto formado por O y todos los puntos que le anteceden.



NOTA: El origen pertenece a la semirrecta.

POSTULADOS DE ORDEN SOBRE PUNTOS:

□ Existen por lo menos dos puntos sobre una recta

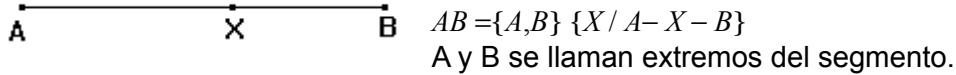
□ Si A y B son dos puntos distintos sobre una recta existe por lo menos un punto C entre A y B. $A - C - B$.

PUNTOS COLINEALES:

Son los puntos que están sobre una misma recta.

SEGMENTO DE RECTA:

Dados dos puntos distintos A y B de una recta, el conjunto formado por A y B y todos los puntos entre A y B se llama segmento de recta AB y se denota por AB .



NOTA: \overleftrightarrow{AB} es lo mismo que escribir \overleftrightarrow{BA}

PLANO:

Es otro término no definido en geometría.

POSTULADO:

Dados tres puntos no colineales determinan uno y solamente un plano.

POSTULADOS DE ENLACE:

□ Por dos puntos distintos pasa una y solamente una recta.

□ Si dos puntos distintos de una recta pertenecen al mismo plano, la recta se halla contenida en dicho plano.

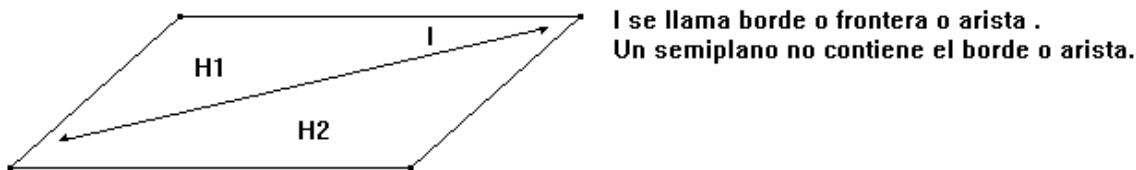
□ La intersección de dos planos es una recta

□ Un plano y un punto determinan el espacio tridimensional

DEFINICIÓN: Tres o más puntos no colineales que pertenecen a un mismo plano, se llaman coplanares.

SEPARACIÓN DEL PLANO:

Un punto divide una recta en dos semirrectas. En forma semejante, podemos pensar en que una recta divide a un plano en dos semiplanos H_1 y H_2

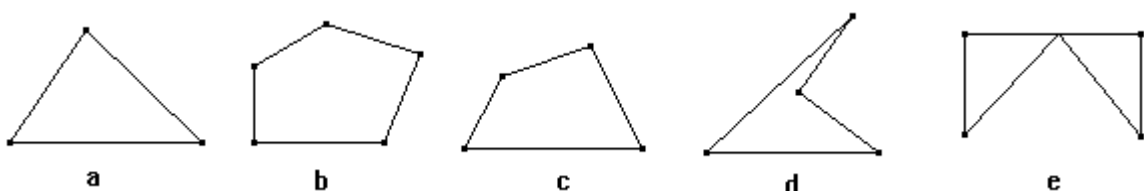


Si dos puntos P y Q del plano α se encuentran en el mismo semiplano, se dice que se encuentran del mismo lado de la recta l (borde). En este caso \overleftrightarrow{PQ} no corta a l , es decir $\overleftrightarrow{PQ} \cap \overleftrightarrow{l} = \emptyset$

Si P y R están en semiplanos distintos del plano, estos están en lados opuestos del borde l y se tiene: $\overleftrightarrow{PR} \cap \overleftrightarrow{l} = \{A\}$

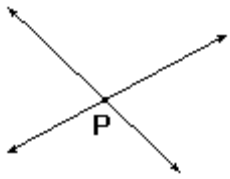
DEFINICIÓN: Un conjunto P se dice que es convexo, si y solo si para todo par de puntos A y B de P, \overleftrightarrow{AB} está incluido en P, en caso contrario se dice que el conjunto es no convexo.

En las siguientes figuras a, b y c son convexas y las otras no.



POSICIONES RELATIVAS DE DOS RECTAS EN UN PLANO

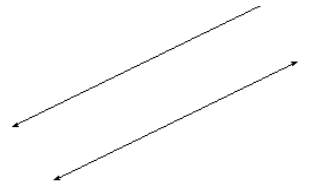
Dadas dos rectas en un plano puede suceder:



□ Que se cortan en un punto, o sea que $l_1 \cap l_2 = \{P\}$

□ Que coincidan o sea que su intersección sea una de las rectas.

□ Qué $l_1 \cap l_2 = \emptyset$ y se dice que son paralelas y se escribe: $l_1 // l_2$

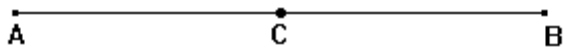


POSTULADOS DE MEDIDAS DE SEGMENTOS

□ A todo segmento \overline{AB} se le asigna un número real positivo, llamado su medida y la denotamos $m(\overline{AB})$ o \overline{AB} .

DEFINICIÓN DE PUNTO MEDIO DE UN SEGMENTO:

Dado un segmento \overline{AB} , C es el punto medio de \overline{AB} si $\overline{AC} \cong \overline{CB}$; con A - C - B

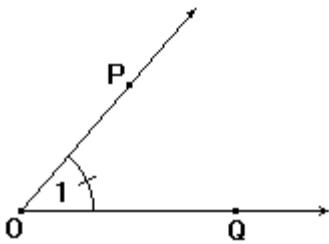


ÁNGULO:

Un ángulo es la unión de dos semirrectas que tienen el mismo origen

A es el vértice del ángulo. \overline{AB} y \overline{AC} son los lados del ángulo.

NOTACIÓN DE UN ÁNGULO:

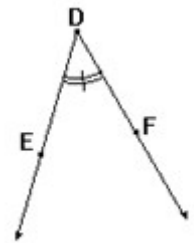
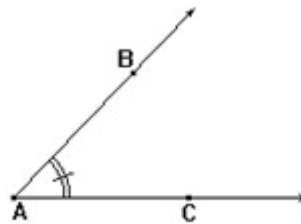


\widehat{QOP} ; \widehat{POQ} la letra del vértice, siempre en la mitad

También se puede nombrar por la letra del vértice o colocando un número en el ángulo: \widehat{O} ; $\widehat{1}$

DEFINICIÓN:

$\widehat{BAC} \cong \widehat{EDF}$ si $m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{EDF})$



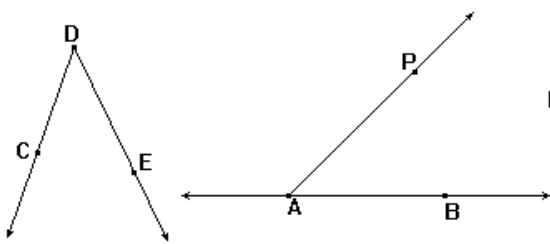
Dos ángulos son congruentes si tienen igual medida.

NOTA: En este curso la unidad de medida que se utilizará para medir ángulos es el grado.

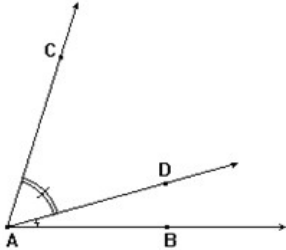
La congruencia de ángulos es también una **relación de equivalencia**, o sea que cumple las Propiedades: Reflexiva, Simétrica y transitiva.

POSTULADO DE CONSTRUCCIÓN DE ÁNGULOS:

Dado un ángulo CDE y una recta \overline{AB} que sea el borde un semiplano H1, existe un punto P en H1, tal que $\widehat{CDE} \cong \widehat{BAP}$



POSTULADO DE LA ADICIÓN DE ÁNGULOS

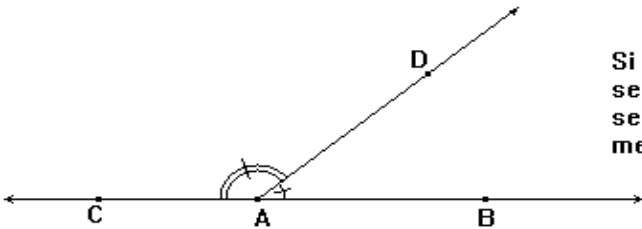


Si D está en el interior del ángulo \widehat{BAC} , entonces:

$$m(\widehat{BAD}) + m(\widehat{DAC}) = m(\widehat{BAC})$$

$$\text{O también: } m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{BAC}) - m(\widehat{DAC})$$

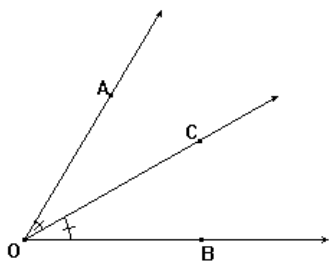
DEFINICIÓN DE PAR LINEAL



Si AB y AC son semirrectas opuestas y AD es una semirrecta con origen en A, los ángulos BAD y DAC se llaman un PAR LINEAL y la suma de sus medidas es 180 grados.

BISECTRIZ DE UN ÁNGULO

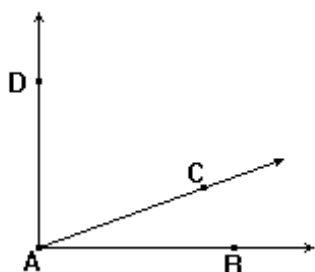
La bisectriz de un ángulo es la semirrecta que tiene su origen en el vértice del ángulo; está en su interior y lo divide en dos ángulos congruentes.



\overline{OC} es la bisectriz de \widehat{BOA}

$$\widehat{BOC} \cong \widehat{COA}$$

ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS



Dos ángulos son complementarios si la suma de sus medidas es 90°

Si $m(\widehat{BAC}) + m(\widehat{CAD}) = 90^\circ$, entonces \widehat{BAC} y \widehat{CAD} son complementarios.

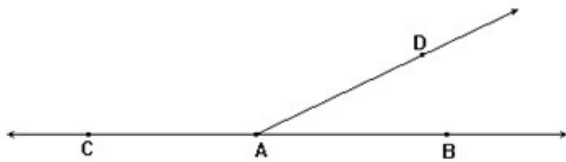
CAD es el complemento de \widehat{BAC}

El complemento de 30° es 60°

El complemento de 73° es un ángulo de 17°

El complemento de x° es $90^\circ - x^\circ$

ÁNGULOS SUPLEMENTARIOS.



Dos ángulos son suplementarios si la suma de sus medidas es 180 grados.

$$m(\widehat{BAD}) + m(\widehat{DAC}) = 180^\circ$$

\widehat{BAD} y \widehat{DAC} son suplementarios

\widehat{BAD} es el suplemento de \widehat{CDA}

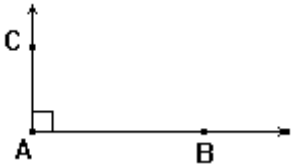
El suplemento de 30° es 150°

El suplemento de 73° es 107°

El suplemento de x° es $180^\circ - x^\circ$

CLASIFICACIÓN DE LOS ÁNGULOS:

ÁNGULO RECTO: Un ángulo es recto si mide 90°

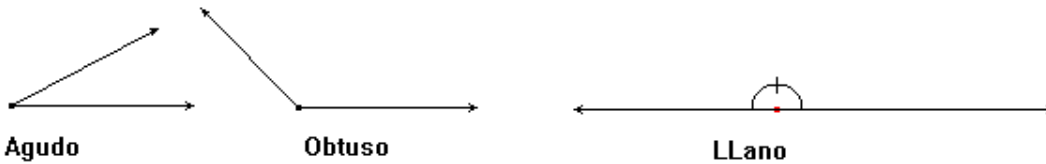


Si $m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$ entonces \widehat{BAC} es recto

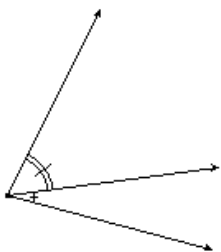
ÁNGULO AGUDO: Un ángulo es agudo si mide menos de 90°

ÁNGULO OBTUSO: Un ángulo es obtuso si mide más de 90°

ÁNGULO LLANO: Un ángulo es llano si mide 180°

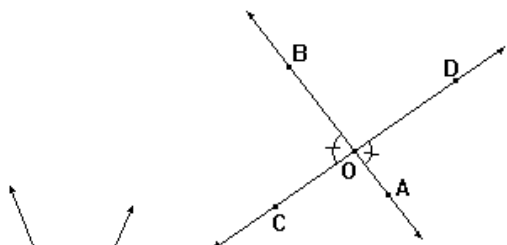


ÁNGULOS CONSECUTIVOS:



Dos ángulos son adyacentes si tienen el mismo vértice y un lado común

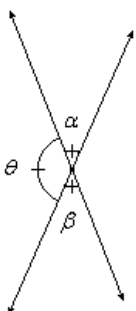
ÁNGULOS OPUESTOS POR EL VÉRTICE:



Dos ángulos cuyos lados están formados por dos pares de semirrectas opuestas, se llaman ángulos opuestos por el vértice.

OD y OC son semirrectas opuestas
OB y OA son semirrectas opuestas

AOD y BOC son opuestos por el vértice.



TEOREMA 1.

Los ángulos opuestos por el vértice son congruentes

HIPÓTESIS: α y β son opuestos por el vértice

TESIS: $\alpha \cong \beta$

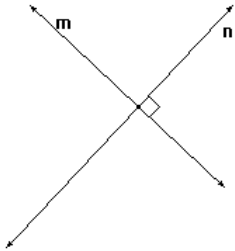
AFIRMACIÓN

1. $m(\alpha) + m(\theta) = 180^\circ$
2. $m(\beta) + m(\theta) = 180^\circ$
3. $m(\alpha) + m(\theta) = m(\beta) + m(\theta)$
4. $m(\alpha) = m(\beta)$
5. $\alpha \cong \beta$

RAZÓN

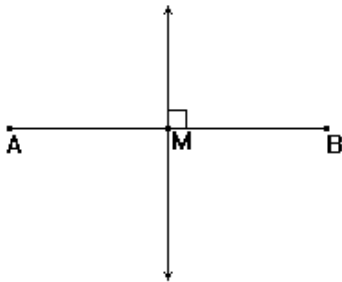
1. Por que α y θ forman un par lineal (ángulo llano)
2. Por formar un par lineal
3. De 1 y 2. Propiedad transitiva.
4. De 3. Ley cancelativa en una igualdad
5. De 4. Definición de congruencia de ángulos

RECTAS PERPENDICULARES



Dos rectas son perpendiculares si se cortan formando un ángulo recto y se escribe $\acute{m} \perp \acute{n}$

MEDIATRIZ DE UN SEGMENTO:



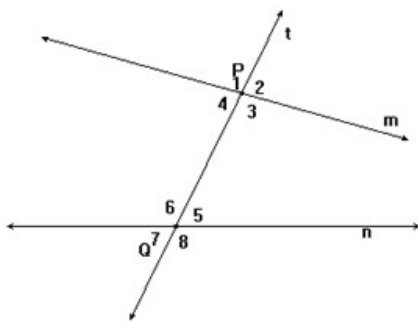
La mediatriz de un segmento es la recta perpendicular trazada al segmento por su punto medio.

M es el punto medio de AB

ÁNGULOS FORMADOS POR DOS RECTAS Y UNA TRANSVERSAL

Si m , n y t son tres rectas coplanares y t corta a m y n en dos puntos distintos P y Q respectivamente, entonces t se llama una transversal de m y n .

Se forman 8 ángulos, cuatro internos y cuatro externos



$\hat{4}$, $\hat{3}$, $\hat{5}$, $\hat{6}$ son ángulos internos

$\hat{1}$, $\hat{2}$, $\hat{8}$, $\hat{7}$ son ángulos externos

ÁNGULOS ALTERNOS INTERNOS:

Dos ángulos son alternos internos si son internos, están en semiplanos distintos de borde t y no

son adyacentes. $\hat{4}$ y $\hat{5}$; $\hat{3}$ y $\hat{6}$

ÁNGULOS ALTERNOS EXTERNOS:

Dos ángulos son alternos externos si son exteriores, están en semiplanos diferentes de borde t y no son adyacentes. $\hat{1}$ y $\hat{8}$; $\hat{2}$ y $\hat{7}$.

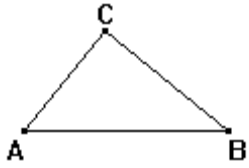
ÁNGULOS CORRESPONDIENTES:

Dos ángulos son correspondientes si uno de ellos es exterior y el otro interior y están en el mismo semiplano de borde t y no son adyacentes.

$\hat{1}$ y $\hat{6}$; $\hat{2}$ y $\hat{5}$; $\hat{7}$ y $\hat{4}$; $\hat{8}$ y $\hat{3}$

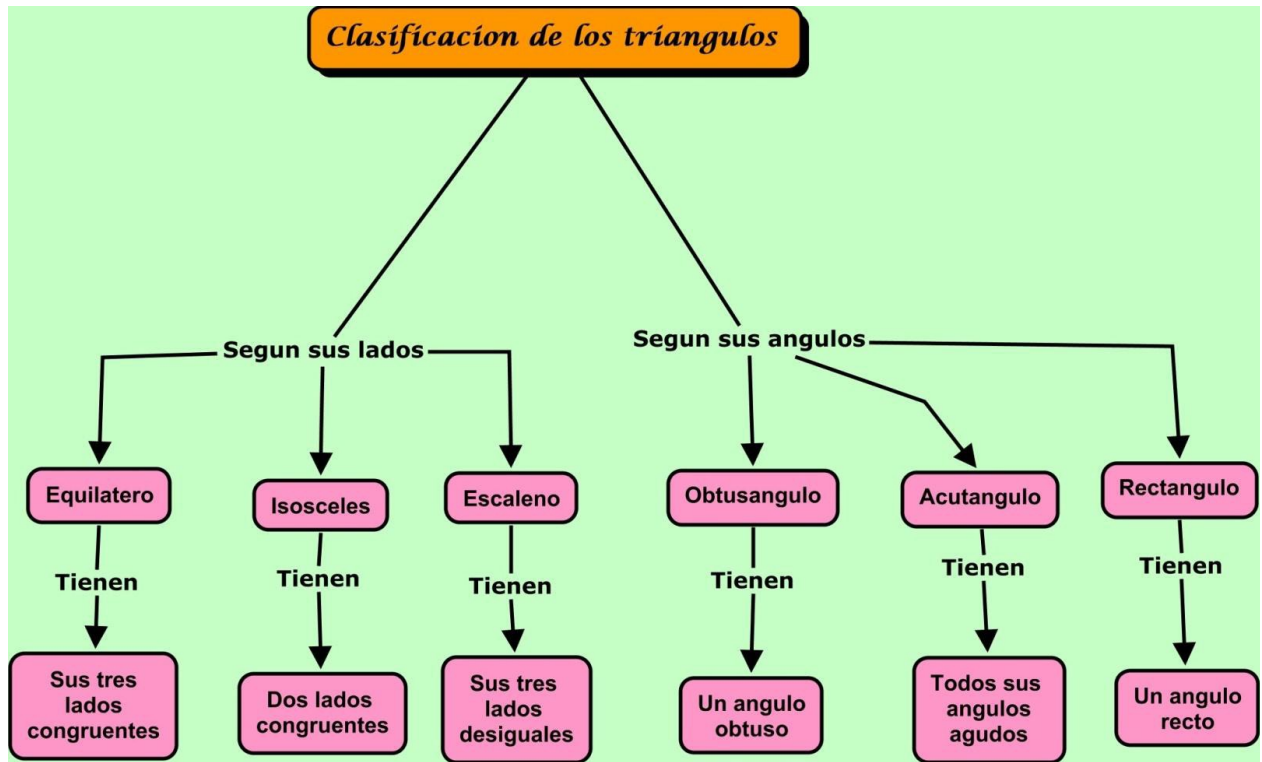
CONSECUTIVOS INTERIORES: $\hat{4}$ y $\hat{6}$; $\hat{3}$ y $\hat{5}$.

TRIÁNGULOS



A, B y C son los vertices
AB, BC, CA son los lados.

Dados tres puntos no colineales A, B y C la unión de \overline{AB} , \overline{BC} y \overline{CA} se llama triángulo.

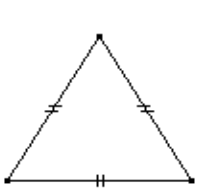


CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS

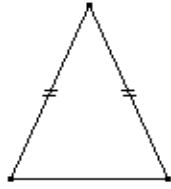
TRIANGULO EQUILÁTERO: Es el que tiene sus tres lados congruentes.

TRIANGULO ISÓSCELES: Es el que tiene dos lados congruentes. Generalmente al lado desigual se llama base del triángulo

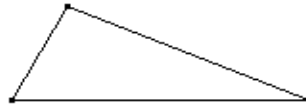
TRIANGULO ESCALENO: Es el que tiene sus tres lados desiguales.



Equilatero



Isósceles

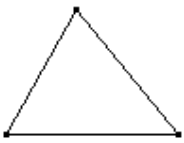


Escaleno

TRIANGULO ACUTÁNGULO: Es el que tiene sus tres ángulos agudos.

TRIÁNGULO OBTUSÁNGULO: Es un triángulo que tiene un ángulo obtuso

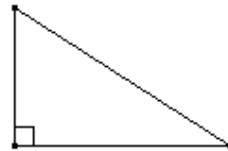
TRIANGULO RECTÁNGULO: Es el que tiene un ángulo recto. Los lados que forman el ángulo recto se llaman catetos y el lado opuesto al ángulo recto se llama hipotenusa



Acutangulo



Obtusángulo

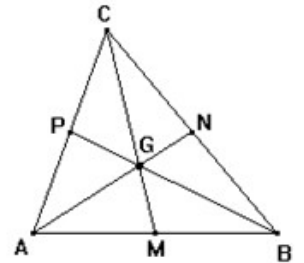


Rectángulo

MEDIANA DE UN TRIÁNGULO:

Es el segmento de recta que une un vértice con el punto medio del lado opuesto. M, N, y P son puntos medios de los lados del triángulo.

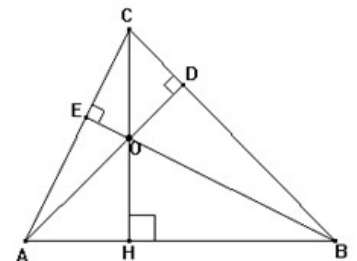
$\dot{A}N$, $\dot{B}P$ y $\dot{C}M$ son las medianas del triángulo y se cortan en un punto G, llamado **BARICENTRO** O **CENTRO DE GRAVEDAD**



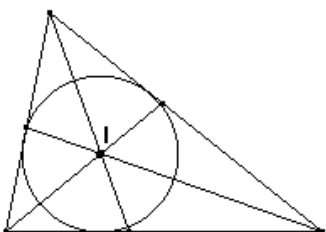
ALTURA DE UN TRIÁNGULO:

Es el segmento de recta perpendicular trazado desde un vértice al lado opuesto.

$\dot{C}H$, $\dot{B}E$ y $\dot{A}D$ son las alturas del triángulo y se cortan en un punto O, llamado **ORTOCENTRO**



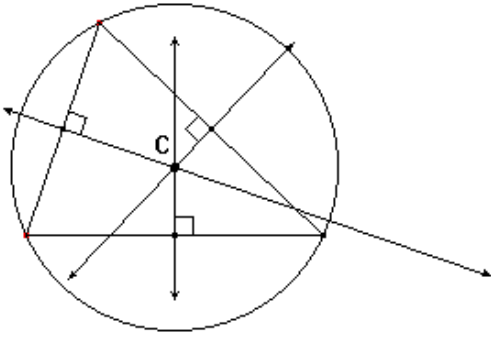
BISECTRICES.



Las bisectrices de los ángulos interiores de un triángulo se cortan en un punto llamado **INCENTRO**.

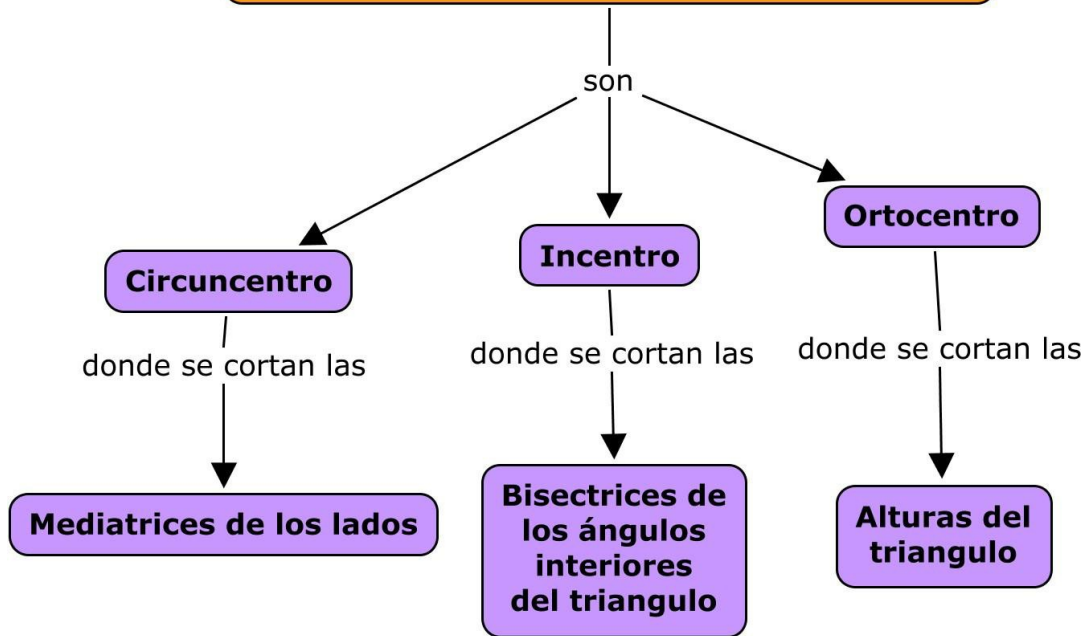
El **INCENTRO** es el centro de la circunferencia inscrita en un triángulo.

MEDIATRICES



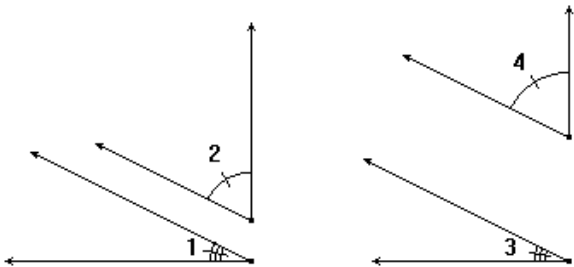
Las mediatrices de los lados de un triángulo se cortan en un punto llamado **CIRCUNCENTRO**.
EL CIRCUNCENTRO tiene la propiedad que es el centro de la circunferencia que pasa por los tres vértices del triángulo y se dice que la circunferencia es circunscrita al triángulo o que el triángulo está inscrito en la circunferencia.

Puntos notables en un triángulo



TEOREMA

Si dos ángulos son congruentes entonces sus complementos también son congruentes.



HIPÓTESIS: $\hat{1} \cong \hat{3}$

El complemento de $\hat{1}$ es $\hat{2}$.

El complemento de $\hat{3}$ es $\hat{4}$.

TESIS: $\hat{2} \cong \hat{4}$

AFIRMACIONES

- $m(\hat{1}) = m(\hat{3})$
- $m(\hat{1}) + m(\hat{2}) = 90^\circ$
- $m(\hat{3}) + m(\hat{4}) = 90^\circ$

RAZONES

- De hipótesis, los ángulos congruentes miden lo mismo
- De hipótesis, definición de ángulos complementarios.
- De hipótesis, definición de ángulos complementarios.

4. $m(\hat{1}) + m(\hat{2}) = m(\hat{3}) + m(\hat{4})$ 4. De 2 y 3. Propiedad transitiva de las igualdades
5. $m(\hat{1}) + m(\hat{2}) = m(\hat{1}) + m(\hat{4})$ 5. Sustitución de 1 en 4.
6. $m(\hat{2}) = m(\hat{4})$ 6. Propiedad cancelativa de las igualdades

TEOREMA

Si dos ángulos son congruentes entonces sus suplementos también son congruentes.

NOTA: La demostración se deja como ejercicio.

EJERCICIOS SOBRE LOS CONCEPTOS BÁSICOS DE LA GEOMETRÍA

DETERMINAR SI LOS SIGUIENTES ENUNCIADOS SON VERDADEROS O FALSOS:

1. La intersección de dos planos puede ser un punto ()
2. Dados dos punto diferentes hay más de una recta que contiene a los dos puntos ()
3. Dos rectas siempre son coplanares. ()
4. Toda recta tiene un punto medio. ()
5. Si $AB \cap m = \emptyset$, entonces A y B están en semiplanos distintos, determinados por el borde m ()
6. Los ángulos opuestos por el vértice son suplementarios. ()
7. En un par lineal los ángulos son adyacentes. ()
8. Dos ángulos suplementarios forman un par lineal. ()
9. Los ángulos de un par lineal son suplementarios. ()
10. Dos ángulos complementarios son agudos. ()
11. Dos ángulos opuestos por el vértice no pueden ser suplementarios. ()
12. Dos ángulos adyacentes son complementarios o suplementarios. ()
13. Una perpendicular es una recta que va hacia arriba y hacia abajo. ()
14. Una altura de un triángulo pasa por el punto medio de un lado. ()
15. Las bisectrices de dos ángulos suplementarios adyacentes son perpendiculares. ()
16. El punto donde se cortan las medianas de un triángulo se llama baricentro. ()
17. Un triángulo equilátero también es isósceles. ()
18. El lado mayor de un triángulo se llama hipotenusa. ()
19. La bisectriz de un ángulo, algunas veces lo divide en dos ángulos congruentes. ()
20. La mediana de un triángulo es también altura. ()

ENUNCIADOS PARA COMPLETAR:

1. Una _____ de un triángulo es el segmento de recta que une un vértice y el punto medio del lado opuesto del triángulo.
2. Una _____ de un triángulo es el segmento de recta trazado desde un vértice y perpendicular al lado opuesto.
3. El lado de un triángulo rectángulo opuesto al ángulo recto se llama _____
4. Las bisectrices de dos ángulos complementarios adyacentes forman un ángulo de _____
5. Los lados de un ángulo recto son _____
6. las parejas de ángulos no adyacentes que se forman cuando dos rectas se cortan se llaman _____
7. Un ángulo _____ tiene una medida mayor que su suplemento.
8. El ángulo A es el complemento de un ángulo cuya medida es 42° . El ángulo B es el suplemento de A. Entonces la medida de B es _____
9. Dos ángulos que tienen el mismo complemento son _____
10. Dos ángulos que tienen el mismo suplemento son _____
11. La diferencia entre las medidas del suplemento y el complemento de un ángulo es _____
12. La medida de un ángulo que es congruente a su complemento es _____
13. La medida de un ángulo que tiene como medida la mitad de la medida de su suplemento es _____
14. Si los lados no comunes de dos ángulos adyacentes son mutuamente perpendiculares, entonces los ángulos son _____

15. Si dos planos se interceptan, su intersección es una _____
16. El _____ es el punto donde se cortan las mediatrices de un triángulo.
17. El _____ es el centro de la circunferencia inscrita en un triángulo y es el punto donde se cortan las _____ de un triángulo.
18. Al lado desigual en un triángulo isósceles, generalmente se le llama _____
19. Un triángulo rectángulo, siempre tiene un ángulo _____
20. Los lados que forman el ángulo recto en un triángulo rectángulo se llaman _____

EJERCICIOS

1. A, B, C, D son puntos colineales en ese orden. Si M y N son los puntos medios de \overline{AB} y \overline{CD} respectivamente, entonces demuestre que: $\overline{MN} = \frac{\overline{AC} + \overline{BD}}{2}$

2. Los puntos A, B, C, D son colineales en ese orden, O es el punto medio de \overline{AD} y \overline{BC} demuestre que $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ y $\overline{AC} \cong \overline{BD}$.

3. Los puntos O, A, B son colineales. X es el punto medio de \overline{AB} . Demostrar que:

a. $\overline{OX} = \frac{\overline{OA} + \overline{OB}}{2}$ si O - A - B

b. $\overline{OX} = \frac{\overline{OA} - \overline{OB}}{2}$ si A - O - X - B

4. A, B, C, D son colineales en ese orden. Si $2BC = \overline{CD}$ demuestre que: $\overline{AC} = \frac{2\overline{AB} + \overline{AD}}{3}$

5. Los puntos A, B, C y D son colineales en ese orden. Si $\overline{BD} = 8$ unidades y la longitud del segmento que une los puntos medios de \overline{AB} y \overline{CD} mide 10 unidades, calcular \overline{AC} .

6. En una recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C, D y E. Se sabe que $BC = 2\overline{AB}$, $\overline{CD} = 2DE$ y $AE = 12$ unidades. Calcular \overline{BD} .

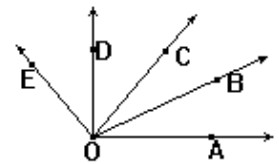
7. A, B, C y D son cuatro puntos consecutivos y colineales. M y N son los puntos medios de los segmentos \overline{AB} y \overline{CD} respectivamente. Calcular MN. Si $\overline{AC} = 15$ cm y $\overline{BD} = 25$ cm.

8. Demostrar que si dos ángulos tienen el mismo complemento entonces son congruentes.

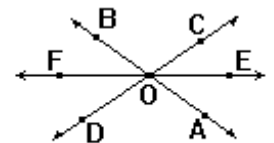
9. Demostrar que si dos ángulos tienen el mismo suplemento entonces son congruentes.

10.

En la figura \overline{OB} es bisectriz de $\angle AOC$ y la semirrecta \overline{OD} es bisectriz de $\angle EOC$ y $m(\angle AOC) = 50^\circ$, $m(\angle COE) = 80^\circ$. Hallar: $m(\angle AOB)$; $m(\angle BOD)$; $m(\angle COD)$; $m(\angle AOE)$; $m(\angle BOE)$; $m(\angle DOA)$.



11. Las rectas AB, CD, EF se cortan en el punto O. y $\angle AOE = \angle DOF$. Demostrar que OE es bisectriz de $\angle AOC$.



12. Demostrar que las bisectrices de los ángulos de un par lineal son perpendiculares.

13. Demostrar que las bisectrices de dos ángulos opuestos por el vértice están sobre la misma recta.

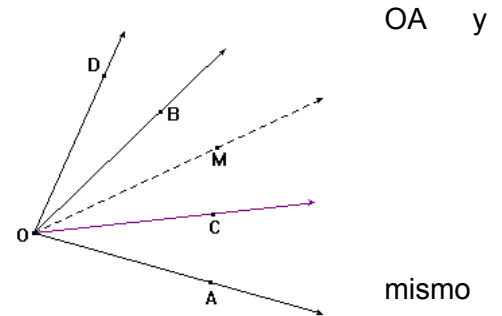
14. Los puntos A, B, C son colineales en ese orden. E es exterior a la recta AC de tal manera que $m(\angle EBA) + m(\angle ECB) = 180^\circ$. Demostrar que $\angle EBC = \angle ECB$

15. AOB y BOC son dos ángulos adyacentes tales que $m(\angle AOC) - m(\angle AOB) = 90^\circ$, OX es la bisectriz de AOB y OY es la bisectriz de AOC. Hallar $m(\angle XOY)$.

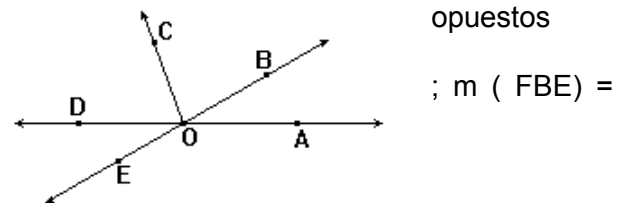
16. Cuatro semirrectas coplanares consecutivas OA, OB, OC y OD forman ángulos tales que $\angle DOA = \angle COB$. $m(\angle COB) = 2m(\angle AOB)$ y $m(\angle COD) = 3m(\angle AOB)$

- Hallar las medidas de los ángulos AOB, DOA, COD.
- Demuestre que las bisectrices de AOB y COD están en la misma recta.

17. Desde un punto O sobre la recta X'X se trazan las semirrectas OB en un mismo semiplano y las bisectrices de los ángulos XOA, BOX'. Hallar las medidas de XOA y BOX', sabiendo que $m(\angle X'OB) = m(\angle XOA)$ y que las bisectrices de estos ángulos forman un ángulo de 100° .



18. AB y AC son semirrectas opuestas. Los puntos E, F, H están en el semiplano de borde la recta AB. Los puntos E y H están en semiplanos respecto a BF. Los puntos A y H están en igual semiplano respecto a BF. $BF \perp AC$ y $BE \perp BH$ 20° . Dibujar la figura y hallar $m(\angle EBA)$, $m(\angle FBH)$ y $m(\angle FBC)$.



19. Si la medida de un ángulo es el doble de la de su complemento, ¿Cuál es la medida de cada ángulo?

20. Si uno de dos ángulos suplementarios tiene una medida de 50° menos que la medida del otro. ¿Cuál es la medida de cada uno?

21. HIPÓTESIS: $\angle AOB \cong \angle COD$

TESIS: $\angle AOC \cong \angle BOD$

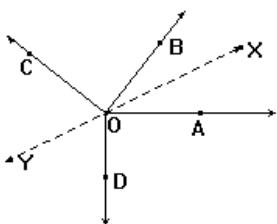
Si OM es la bisectriz de COB, demostrar que también es bisectriz de AOD.

22. Si $m(\angle AOB) = 30^\circ$; $m(\angle BOC) = 80^\circ$; $m(\angle DOE) = 30^\circ$

- Calcular $m(\angle EOC)$
- Comprobar que A – O – D son colineales.

23. Dos ángulos adyacentes son suplementarios, si uno de ellos mide X° . ¿Cuál será el valor del ángulo formado por las bisectrices de ambos?

24. Cuatro semirrectas consecutivas: OA;OB;OC;OD, forman ángulos tales que $\angle DOA \cong \angle BOC$;




$m(\angle COB) = 2m(\angle AOB)$ y $m(\angle COD) = 3m(\angle AOB)$

- Calcular: $m(\angle AOB)$; $m(\angle DOA)$; $m(\angle COD)$
- Comprobar que las bisectrices de AOB y COD, están sobre la misma recta.

25. Completar los siguientes postulados:

- A. Si dos puntos están en un plano, entonces la _____ que los contiene está en el plano.
- B. Un _____ contiene por lo menos tres puntos no colineales.
- C. Dos puntos están contenidos en una y solo una _____
- D. Si dos planos se cortan, se intersecan exactamente en una _____
- E. Un punto separa una recta en dos _____
- F. Una recta separa un _____ en dos semiplanos.

26.  P es el origen de dos semirrectas opuestas. Se colocan los puntos S y T en semirrectas opuestas de

tal manera que $2SP = PT$ ¿Cuál será el valor de $\frac{ST}{PT}$?