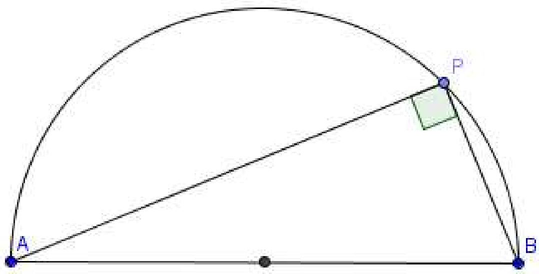
Geometría con GeoGebra

Actividad 1.3. Ángulo inscrito en una semicircunferencia

El objetivo es **dibujar un ángulo inscrito en una semicircunferencia**.

Para ello puedes seguir la siguiente secuencia:

Dibuja un **Segmento entre dos puntos**. Para visualizar los nombres de A y B, haz *clic* derecho sobre cada uno de ellos y activa la opción **Expone rótulo**



Luego construye la **Semicircunferencia** cuyo diámetro es el segmento anterior. Finalmente, construye los dos **Segmento**s que determinan el **Ángulo** inscrito en la semicircunferencia.

Desliza el punto P sobre la semicircunferencia y fíjate en los valores que va tomando el ángulo. Inserta un comentario: ¿Qué observas?

Guarda la figura en *h1a3anginscrito.ggb*.

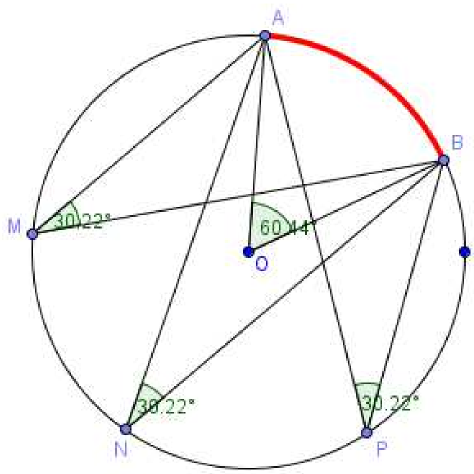
Actividad 1.4. Ángulos en una circunferencia

Primero:

Dibuja una figura como la adjunta. Te recomiendo hacerlo en este orden:

1. Dibuja una circunferencia y llama O al centro.
2. Sitúa en la circunferencia y nombra los cinco puntos restantes.

   (Para dar nombre a un punto es recomendable hacerlo inmediatamente después de hacer el clic de representación, pues en otro caso tendrás que utilizar el botón derecho y elegir la opción **Renombrar**).



3. Representa los segmentos, los ángulos.
4. Y finalmente, el arco AB.

Segundo:

Incorpora uno o varios comentarios respondiendo a las siguientes cuestiones:

1. ¿Qué tienen los cuatro ángulos marcados en común y qué diferencia a uno de ellos?
2. ¿A cuál de ellos se le llamará *central* y a cuáles *inscritos*? ¿por qué?
3. Modifica la posición de los puntos ¿Observas alguna relación permanente entre las medidas de los ángulos? Descríbela.
4. ¿Encuentras alguna relación entre la figura de la actividad anterior y ésta?

Tercero:

Guarda la figura en *h1a4angulos.ggb*

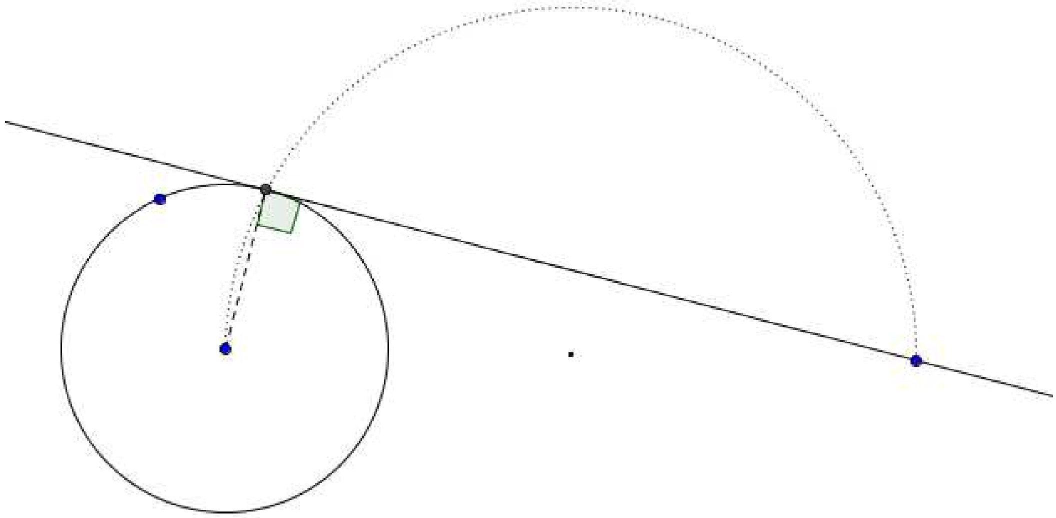
Actividad 1.5 (EXTRA). Tangente por un punto exterior

Construye una circunferencia y un punto exterior a la misma.

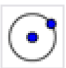
El objetivo es dibujar la tangente a la circunferencia desde ese punto. Se trata de idear un método geométrico de modo que al terminar, si se modifica la posición del punto (o de la circunferencia), la posición de la tangente también se actualice.

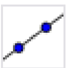
Una pista: el resultado de la Actividad 1.3 puede ser la clave para conseguir el ángulo recto que sabemos que forma la tangente con el radio correspondiente al punto de tangencia.

Como siempre, al final recuerda cambiar los objetos iniciales para comprobar si la construcción sigue siendo válida. Guarda la figura con el nombre *h1extra5tangente.ggb.*

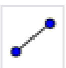


Actividad 2.1. Recta y circunferencia

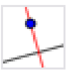


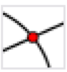


Dibuja una circunferencia y una recta.

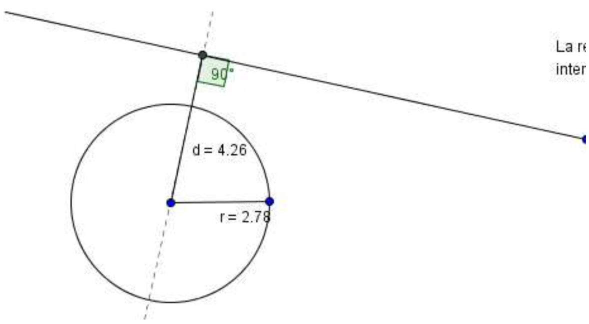


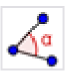
Dibuja un radio (**r**) de la circunferencia.



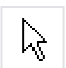


También has de dibujar el segmento (**d**) que determina la distancia más corta del centro de la circunferencia a la recta. Para ello, apóyate en la perpendicular correspondiente.

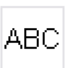




Visualiza el ángulo que forman la recta y ese segmento, así como la medida del radio *r* y de la distancia *d* (*clic* derecho, **Propiedades**, **Básico**, **Expone rótulo**, **Nombre&Valor**.



Desplaza la recta y observa lo que ocurre. ¿Serías capaz de completar el final del párrafo siguiente (extraído de la novela *El teorema del loro* de *Denis Guedj*)?



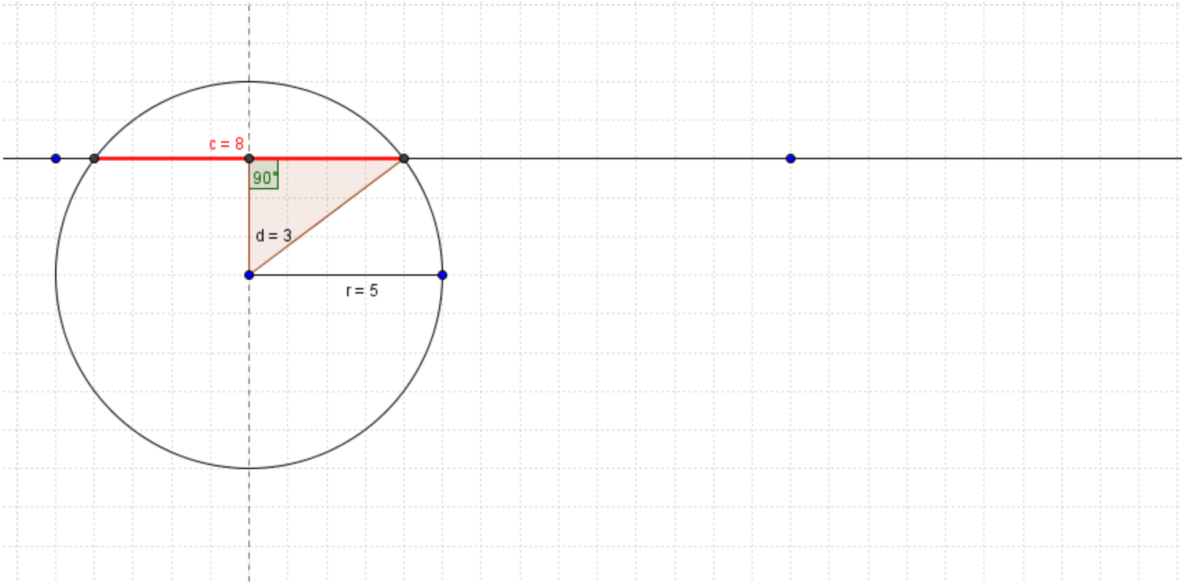
La historia sucede en un plano y tiene como personajes principales a una recta y un círculo. ¿Qué puede pasar entre ellos? Puede ser que la recta corte al círculo o bien que no lo corte. Puede que sólo lo toque en un punto, observó Ruche. Si lo corta, lo dividirá forzosamente en dos partes. Y para que las partes sean iguales, ¿cómo debe estar situada la recta? Tales le dio la respuesta: para que la recta divida al círculo en dos partes iguales, debe ……………. ………………………………………

Prueba también a cambiar la circunferencia y añade otro comentario razonando de qué manera influye en la posición relativa entre la recta y la circunferencia el que se cumpla que $d<r$, $d=r$ ó $d>r$

Guarda la figura –como siempre, en tu carpeta de trabajo *Mis documentos/pterceroB/* - con el nombre *h2a1rectaycircunf.ggb*

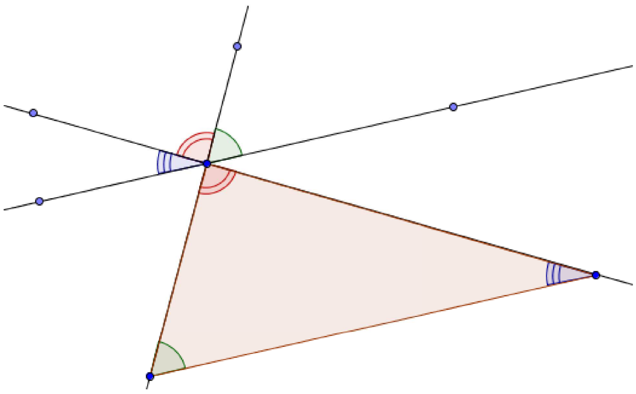
Actividad 2.3. (EXTRA). Recta y circunferencia secantes.

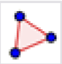
Aprovecha la figura de la actividad anterior para construir una figura como la adjunta y justificar (insertando un texto) la relación existente, cuando una recta es secante a una circunferencia, entre las longitudes de la cuerda correspondiente, el radio de la circunferencia y la distancia de su centro a la recta.



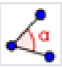
Guarda la figura en *h2extra3cuerda.ggb*

Actividad 3.1. Los ángulos de un triángulo

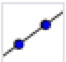


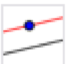


Dibuja un triángulo con la herramienta **Polígono**.

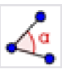


Resalta los tres ángulos del triángulo, mediante la herramienta **Ángulo** (haz clic en el interior del triángulo).





Dibuja las rectas determinadas por dos de sus lados y la paralela al otro por el vértice opuesto. (Ver la figura).



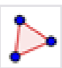
Para marcar cada uno de los nuevos tres ángulos de la figura, habrás de hacer clic (en el orden adecuado) en tres puntos que lo determinen. Observa en la figura la relación entre los tres pares de ángulos marcados. Utiliza la ventana de **Propiedades** para poner cada par de ángulos iguales con el mismo **Color, Estilo** y **Decoración**.

Modifica el triángulo (**Desplazar** sus vértices) y observa si se mantienen las relaciones entre los tres pares de ángulos e inserta un comentario razonando el motivo por el que los tres ángulos de un triángulo siempre han de sumar 180º**.**

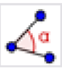
Guarda tu trabajo con el nombre *h3a1triangulo.ggb*

Actividad 3.2. Ángulos en un pentágono

Comprueba cuánto suman los ángulos de un pentágono cualquiera:

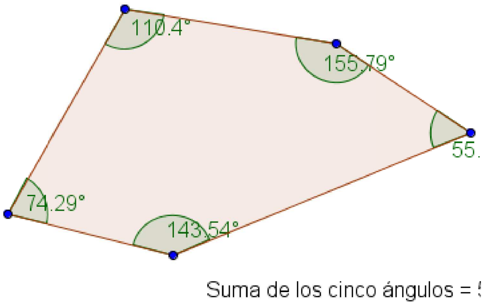


Dibuja un pentágono con la herramienta **Polígono**.



Resalta los cinco ángulos del pentágono, mediante la herramienta **Ángulo**.

Para que el programa calcule y visualice la suma de los cinco ángulos **Insertar**emos el siguiente **texto**:



"Suma de los cinco ángulos = " + (α + β + γ + δ + ε)

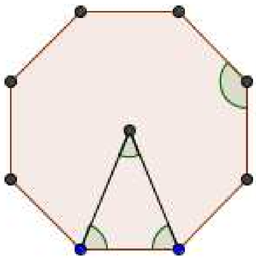

Modifica el pentágono (**Desplazar** sus vértices) y observa si se mantiene el valor de la suma. Reflexiona e inserta un comentario razonando el motivo por el que los cinco ángulos de un pentágono cualquiera siempre han de sumar ¿cuánto?

¿Sabrías deducir el valor de la suma de los ángulos de un polígono cualquiera de *n* lados?

Guarda tu trabajo con el nombre *h3a2pentagono.ggb*

Actividad 3.3. Ángulos en polígonos regulares

Imagina un octógono regular.



¿Cuánto crees que mide un ángulo central (el determinado por dos radios consecutivos?

¿Por qué?

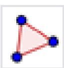
¿Y cada ángulo del octógono?

Compruébalo con *GeoGebra* (utilizando la herramienta **Polígono regular**) ¿Encuentras alguna relación entre las dos medidas?

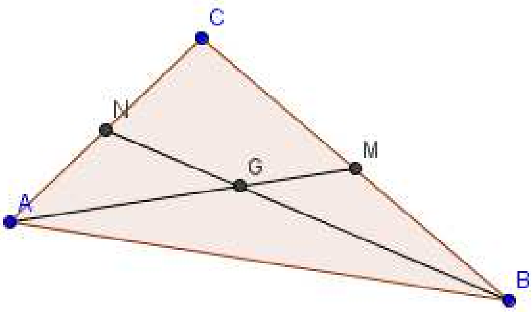
¿Sabrías deducir las fórmulas para calcular la medida de cada ángulo y del ángulo central de un polígono regular de *n* lados?

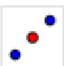
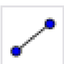
Escríbelas y guarda la figura en *h3a3polirregular.ggb*

Actividad 4.1. Medianas de un triángulo. Baricentro




Dibuja un triángulo ABC. Puedes utilizar la herramienta **Exponer/Ocultar rótulo** para visualizar los nombres de los vértices.



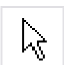



Dibuja dos medianas del triángulo: AM y BN. Para ello debes tener clara la definición de mediana. Las herramientas **Punto medio** y **Segmento entre dos puntos** te serán de utilidad. Las dos medianas se cortan en el punto G.

Comprueba que la tercera mediana CP pasa por ese punto.

Ese punto G es el *baricentro* del triángulo y en él concurren las tres medianas.

Utiliza la herramienta **Distancia** para medir los dos segmentos en que el baricentro G divide a una cualquiera de las tres medianas. (Para medir, por ejemplo, el segmento AG, has de seleccionar la herramienta y luego hacer clic primero en A y luego en G).



Modifica la posición de los vértices del triángulo y observa cómo cambian las longitudes anteriores. ¿Observas alguna relación entre ellas?

Comprueba si esa relación se cumple también en las tras dos medianas. Inserta un comentario (**Inserta texto**) expresando la propiedad relativa al baricentro y a los segmentos que determina sobre cada una de las medianas.

Guarda la figura en *h4a1baricentro.ggb*

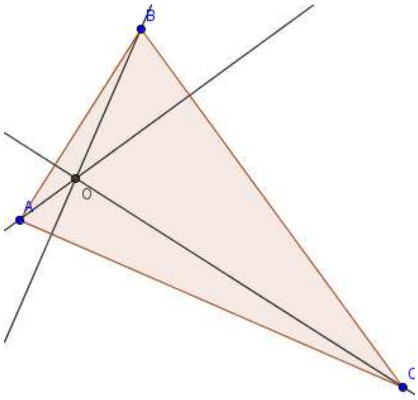
Actividad 4.2. Alturas de un triángulo. Ortocentro

Dibuja un triángulo ABC. Dibuja en él una altura. Mueve los vértices y comprueba la validez de tu construcción (es decir que la altura sigue siendo la perpendicular a un lado por el vértice opuesto)

Dibuja una segunda altura. Estas líneas se cortan en un punto, que llamaremos O.

Dibuja la tercera altura y comprueba que O pertenece a ella.

Ese punto es el *ortocentro* del triángulo.



Al mover los vértices comprobarás que el ortocentro no siempre se sitúa en el interior del triángulo.

Investiga e incluye un comentario aclarando en qué casos es interior, exterior o pertenece a alguno de los lados del triángulo.

Guarda la figura en *h4a2ortocentro.ggb*

Actividad 4.3. Mediatrices de un triángulo. Circuncentro y circunferencia circunscrita.

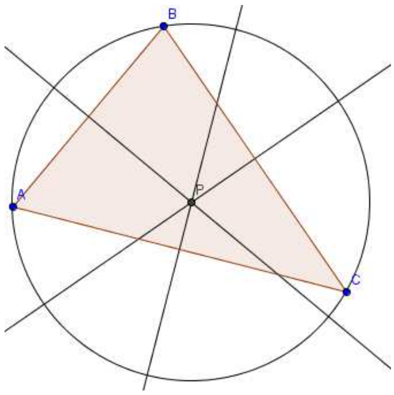
Dibuja un triángulo ABC. Traza sus mediatrices (Selecciona la herramienta **Mediatriz** y haz clic sobre cada lado del triánglo).

Comprueba que las tres concurren en un punto P.

Dibuja la circunferencia de centro P que pasa por uno de los vértices.

Comprueba que los otros dos vértices también pertenecen a esa misma circunferencia.

Diremos que esa *circunferencia* está *circunscrita* al triángulo y que su centro P es el *circuncentro* del triángulo.



Mueve los vértices del triángulo y comprueba los cambios en la figura, especialmente si el circuncentro está dentro, fuera o sobre uno de los lados del triángulo.

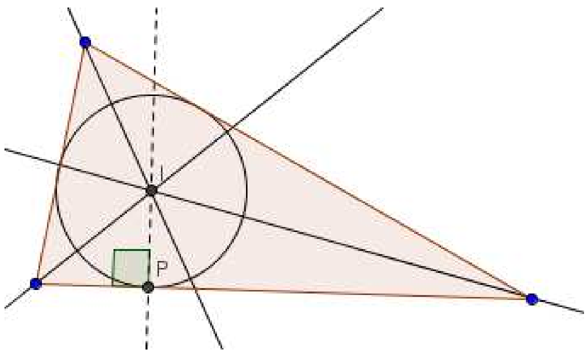
Escribe el resultado de tu observación utilizando la herramienta **Inserta texto**.

Guarda la figura en *h4a3circuncentro.ggb*

Actividad 4.4. Bisectrices de un triángulo. Incentro y circunferencia inscrita.

Dibuja un triángulo y sus tres bisectrices. (Tras seleccionar la herramienta **Bisectriz** habrás de *clicar* sobre los tres vértices del triángulo (para cada bisectriz, en el orden adecuado).

Comprueba que concurren en un único punto I (el *incentro*).



Dibuja una circunferencia con centro en el incentro y que toque un lado del triángulo en un único punto (P). Para hacer esto, debes hacer que la circunferencia sea tangente a ese lado del triángulo, por tanto, debe pasar por la intersección entre el lado y la perpendicular al mismo por el centro de la circunferencia.

Antes de hacer esto último, debes pensarlo con cuidado y asegurarte de que lo has entendido. (La figura puede ayudarte)

Ya has dibujado la circunferencia ¿qué ha ocurrido? ¿corta a más de un lado del triángulo?

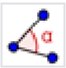
Inserta un texto completando la propiedad:

El incentro equidista de …… ….. ….………..Por tanto, es el centro de la .……….. .……….
Intenta comprobarla, moviendo los vértices del triángulo para ver que la propiedad es independiente de éste.

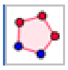
Guarda la figura en *h7a4incentro.ggb*

Actividad 4.5. Teorema de Pitágoras: Comprobación.

Antes que nada, haz *clic derecho* sobre la zona gráfica y activa la **Cuadrícula**.

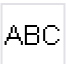


Dibuja un triángulo rectángulo y visualiza su ángulo recto (mediante la herramienta **Ángulo**).



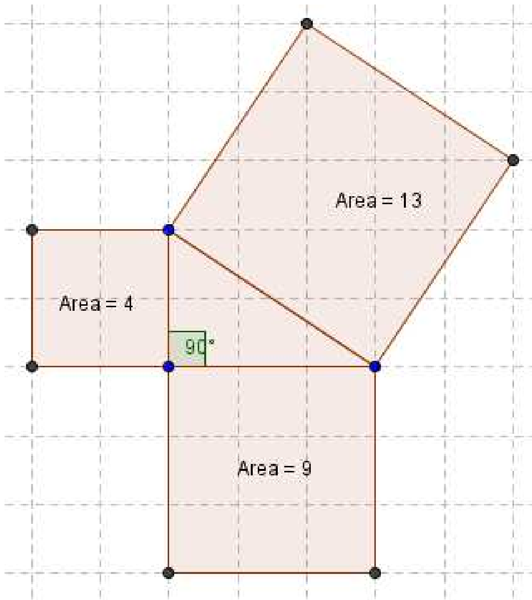
Construye (mediante la herramienta **Poliedro regular**) un cuadrado sobre cada uno de los lados del triángulo.

Utiliza ahora la herramienta **Área** para visualizar las áreas de los tres cuadrados.



Responde brevemente (**Inserta texto**) a las siguientes preguntas

1. ¿Qué dice el Teorema de Pitágoras?
2. ¿Encuentras alguna relación entre el teorema y la figura?



¿Qué han de cumplir, según Pitágoras, las áreas de los tres cuadrados?

Comprueba si éso ocurre en la figura de la fotocopia. ¿Y en la tuya?

Mueve los vértices del triángulo de manera que éste siga siendo rectángulo pero no tenga ningún cateto horizontal y observa si se cumple ahora que el área del cuadrado mayor es la suma de las otras dos. Guárdala en *h4a5pitagoras.ggb*.

Mueve de nuevo los vértices del triángulo de manera que éste deje de ser rectángulo y observa si se sigue cumpliendo la misma igualdad.

Investiga un poco para completar las siguientes conclusiones:

En un triángulo obtusángulo, el área del cuadrado construido sobre el lado mayor es ……… que la suma de las de los cuadrados construidos sobre los otros dos lados.
En un triángulo acutángulo, el área del cuadrado construido sobre el lado mayor es ………
…………………………………………………………………………………….
En un triángulo rectángulo, ………………………………………… ……… …………………….
……………………………….

Guarda la figura en *h4a5pitagoras2.ggb*.

Actividad 4.6. (EXTRA) Teorema de Pitágoras: Demostración visual.

Visita la web http://recursos.pnte.cfnavarra.es/~msadaall/geogebra/pitagoras.htm Observa las diferentes demostraciones visuales del teorema de Pitágoras. Elige una y explica en el cuaderno los pasos de la demostración, ayudándote de las figuras que sean precisas.